11　恒定磁场

任课教师　曾灏宪

中原工学院　理学院

回顾

比较	高斯定理	环路定理
静电场	$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$ 有源场	$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$ 保守场（有势场）
稳恒磁场	$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$ 无源场	$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{(穿过 L)} I_i$ 非保守场（无势场）

大学物理（下）

11　恒定磁场

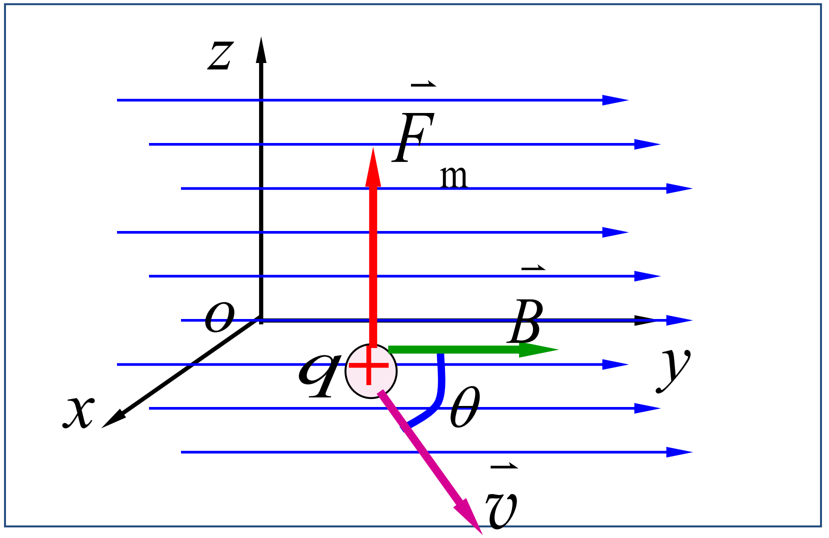
11.7　带电粒子在磁场中的运动

一　带电粒子在磁场中所受的力

电场力 $\boxed{\vec{F}_{\mathrm{e}} = q\vec{E}}$

磁场力（洛仑兹力）

$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B}}$$



方向：即以右手四指 $\vec{v}$ 由经小于180 °的角弯向 $\vec{B}$，拇指的指向就是正电荷所受洛仑兹力的方向.

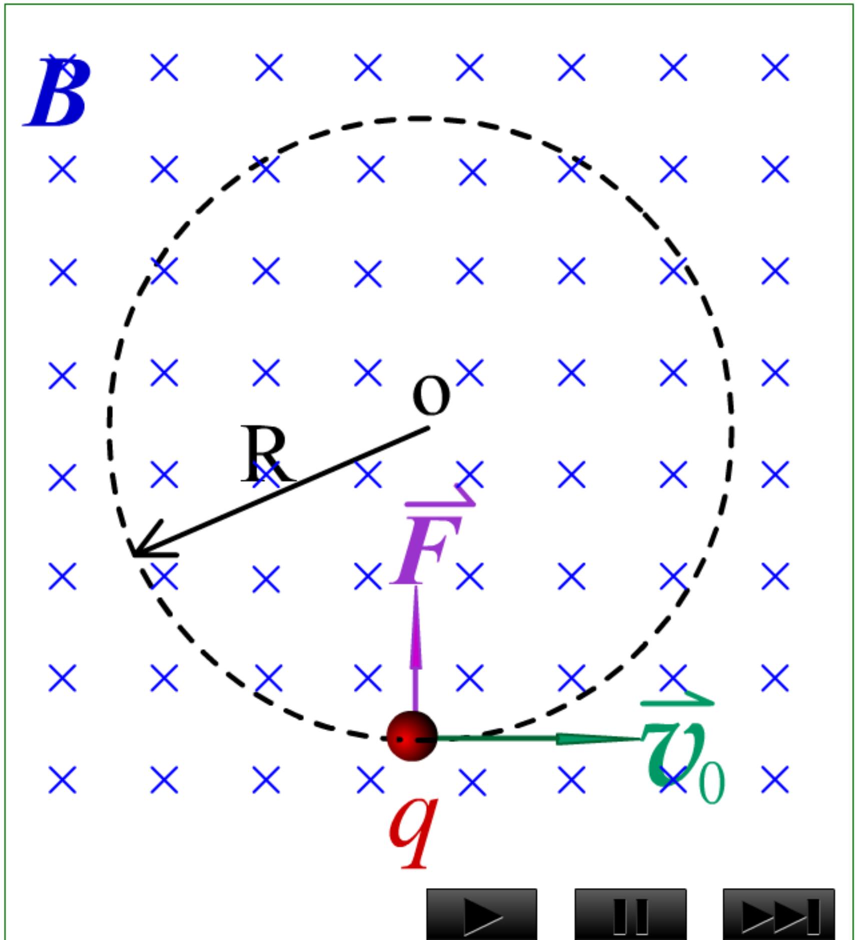
运动电荷在电场和磁场中受的力

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v}\times\vec{B}}$$

如果只受磁场力作用，粒子做什么形式的运动？

二　带电粒子在磁场中运动举例

1．回旋半径和回旋频率



$\vec{v}_0 \perp \vec{B}$

洛伦兹力 → 向心力

$$q v_0 B = m \frac{v_0^2}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{m v_0}{qB} ★$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB} ★$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} ★$$

2． 磁聚焦

洛仑兹力 $\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B}}$ （洛仑兹力不做功）

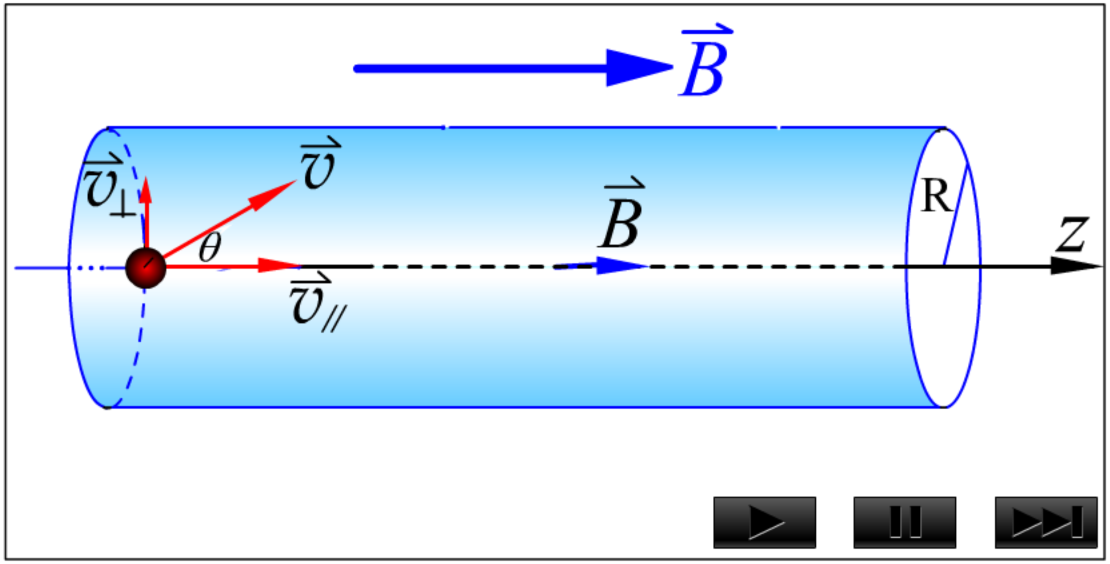
$\boxed{\text{若 } \vec{v} \text{ 与 } \vec{B} \text{ 不垂直}}$ $\vec{v} = \vec{v}_{/\!/} + \vec{v}_{\perp}$

$$v_{/\!/} = v\cos\theta$$

作匀速直线运动

$$v_{\perp} = v\sin\theta$$

在垂直于磁场的平面内作匀速圆周运动

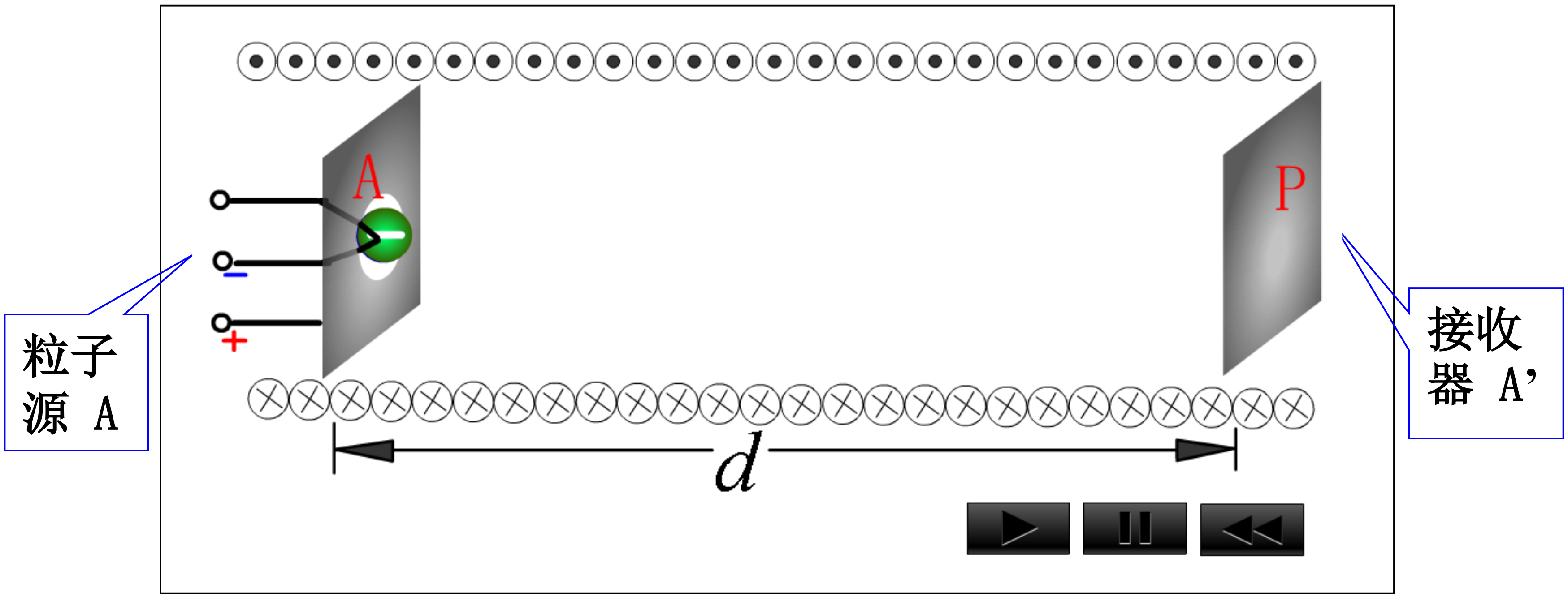


$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$

螺距 $d = v_{/\!/}T = v\cos\theta\,\dfrac{2\pi m}{qB}$

磁聚焦　在均匀磁场中某点 A 发射一束初速相差不大的带电粒子，它们的 $\vec{v}_0$ 与 $\vec{B}$ 之间的夹角 θ 不尽相同，但都较小，这些粒子沿半径不同的螺旋线运动，因螺距近似相等，都相交于屏上同一点，此现象称之为磁聚焦．

θ 很小时　　$v_{//} \approx v$　　$v_{\perp} \approx v\theta$　　$h = v_{//} T \approx \dfrac{2\pi m v}{qB}$



回旋周期与 $v_{\perp}$ 无关。 **应用：**电子光学，电子显微镜等．

- **磁约束原理**

在非均匀磁场中，速度方向与磁场方向不同的带电粒子，也要作螺旋运动，但半径和螺距都将不断发生变化

$$\boxed{R=\frac{mv_{\perp}}{qB}=\frac{mv\sin\theta}{qB}}$$

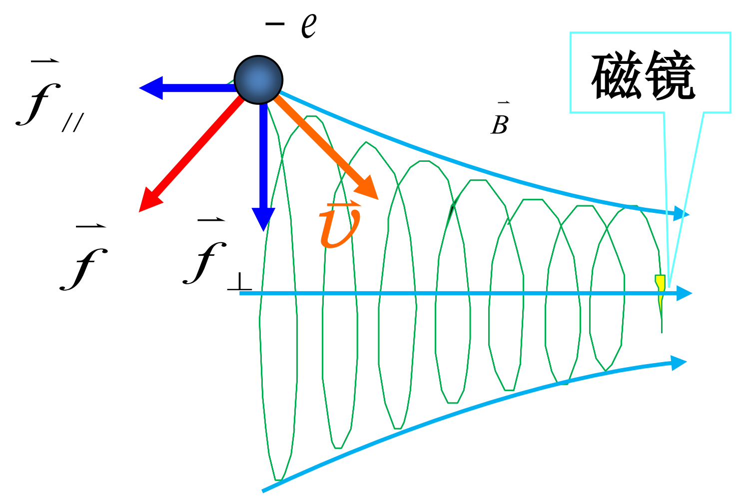
磁场增强，运动半径减少

强磁场可约束带电粒子在一根磁场线附近 —— 横向磁约束

- **纵向磁约束**

$$\vec{f}=\vec{f}_{//}+\vec{f}_{\perp}$$

$\vec{f}_{//}$ 减少粒子的纵深前进速度，使粒子运动发生“反射”

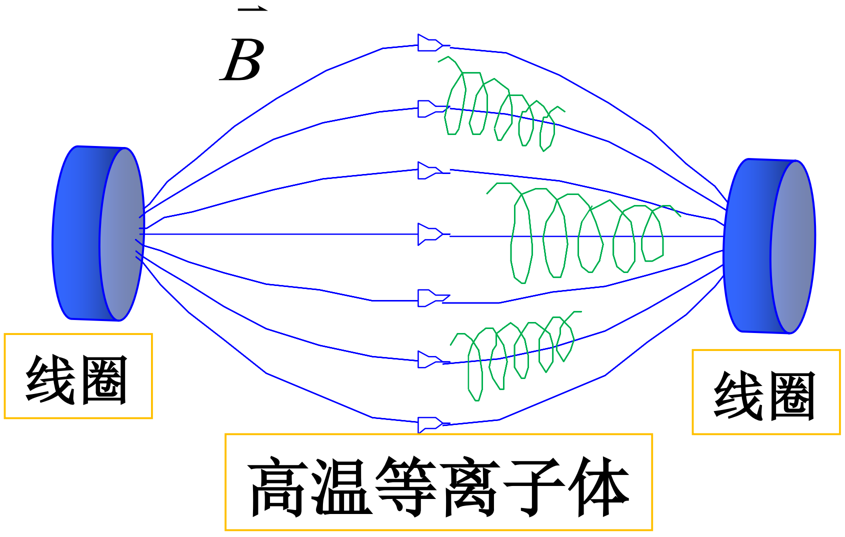


在非均匀磁场中，纵深运动受到抑制—— 磁镜效应

- 磁镜效应的典型应用

受控热核聚变实验研究

在热核反应中物质处于等离子态，温度高达**1,000,000K**以上，目前尚无一种实体容器能够耐受如此高温。

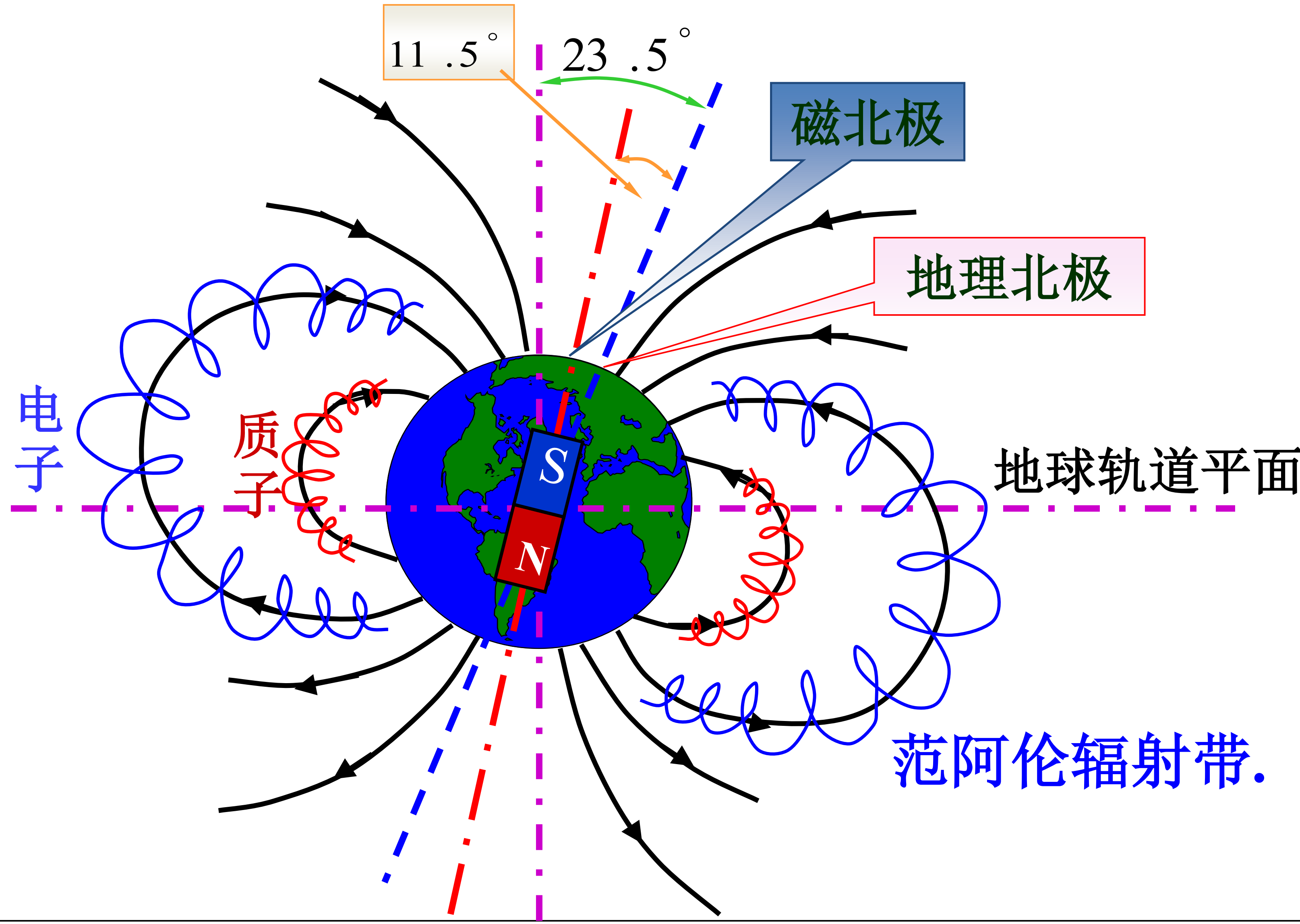


能约束运动带电粒子的磁场分布称为磁镜约束 —— 磁瓶

- 地球的磁约束效应 —— 天然磁瓶

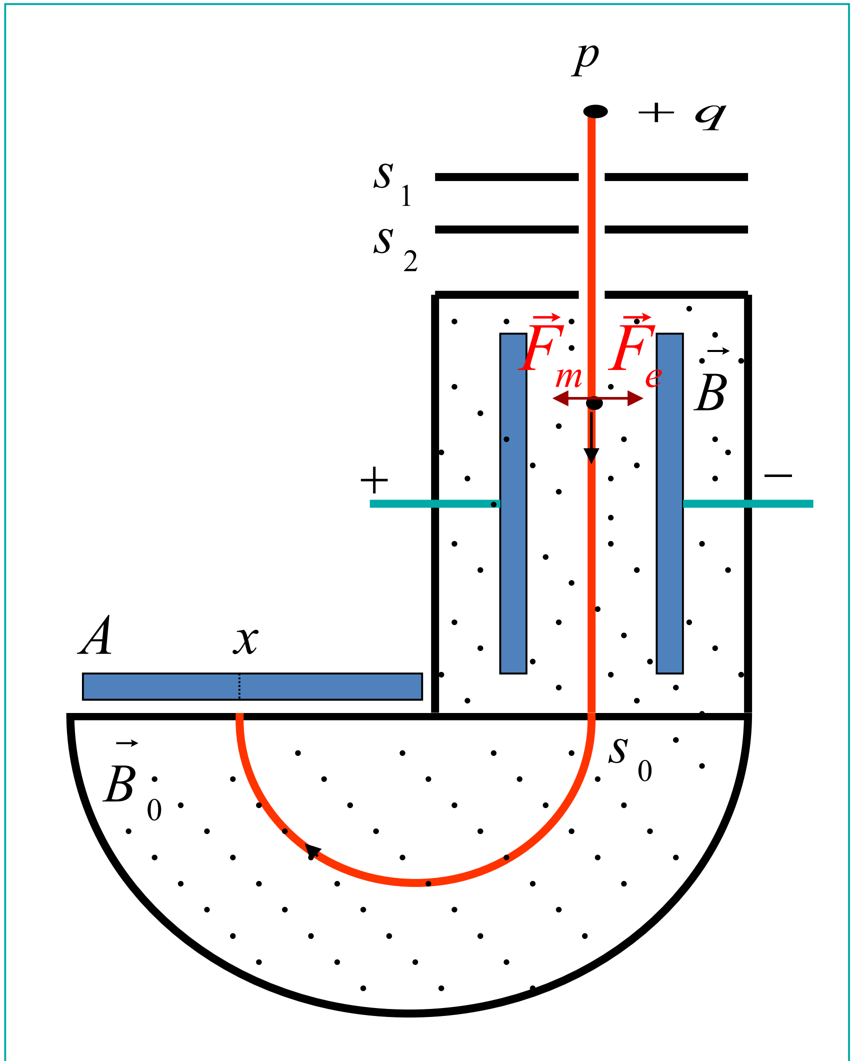
地磁场是非均匀磁场，从赤道到两极磁感应强度逐渐增强. 宇宙射线中的高能电子和质子进入地磁场，将被磁场捕获，并在地磁南北极间来回震荡，形成范阿伦辐射带.

地磁场对来自宇宙空间高能带电粒子的磁约束作用



三　带电粒子受电磁场作用的现代技术运用举例

1．质谱仪　　滤速器　$qE = qvB$　$v = E/B$

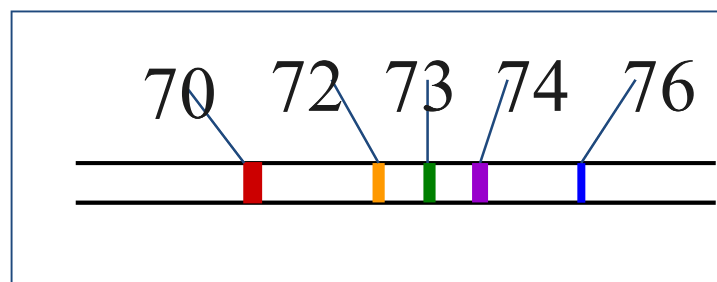


质谱分析：$qvB_0 = m\dfrac{v^2}{R}$

$$x = 2R = \frac{2mv}{qB_0} \qquad m = \frac{qB_0Bx}{2E}$$

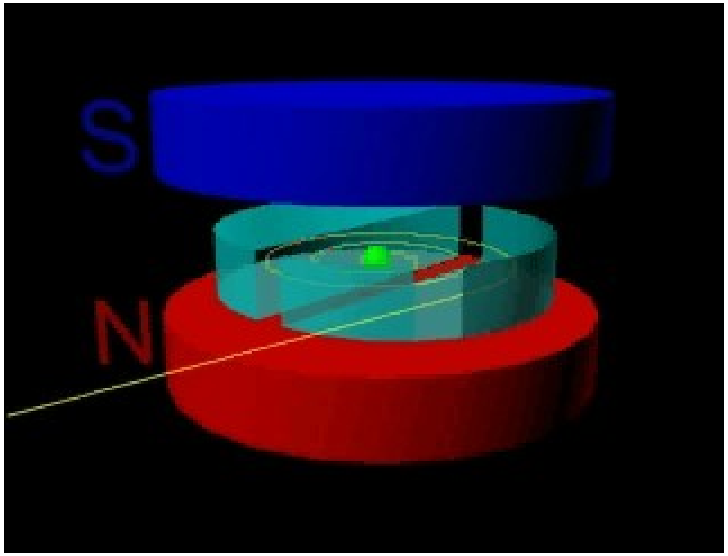
谱线位置：同位素质量

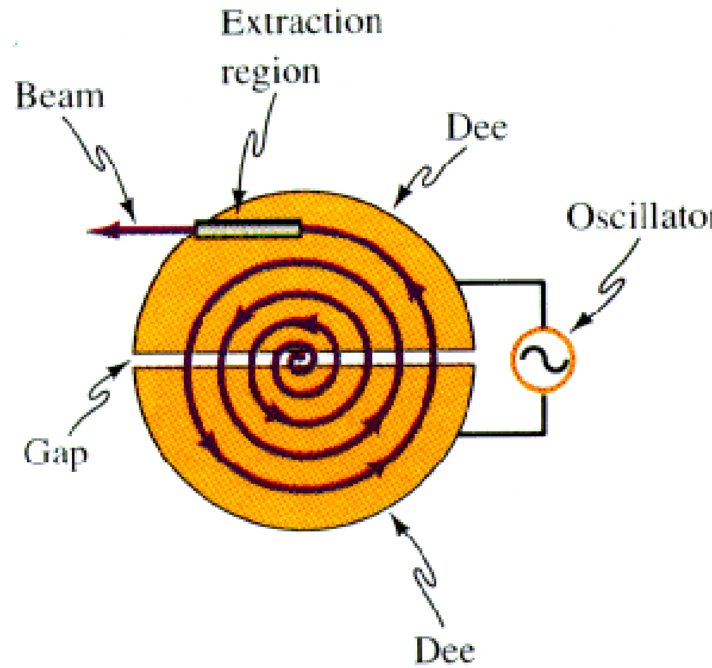
谱线黑度：相对含量



锗的质谱

2. 回旋加速器



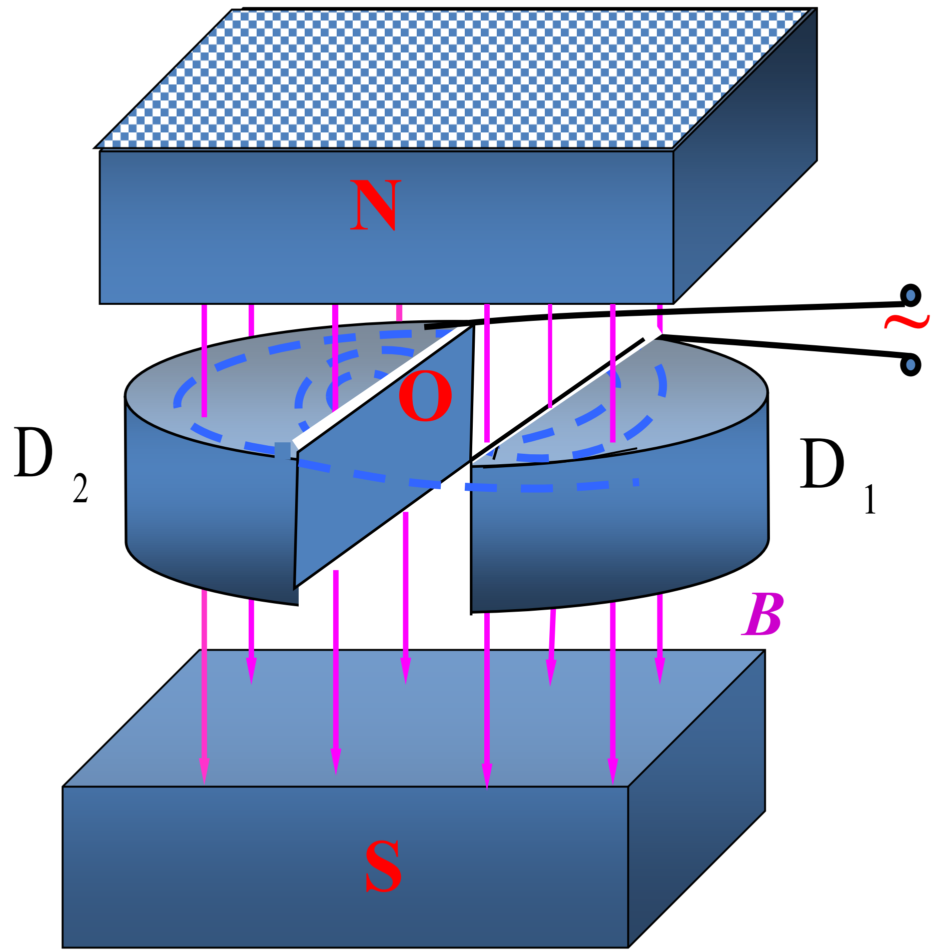


两D型盒中：均匀磁场，两D型盒间：交变电场。

粒子在交变电场中运动：半个周期电场内加速运动

粒子在磁场中运动：圆周运动，v 不变，改变方向；

回旋周期 T 与速度 v 无关，只要保持每经过半个周期电场改变一次方向，就可以将带电粒子加速到很大的值。



回旋加速器原理图

频率与半径无关

$$f = \frac{qB}{2\pi m}$$

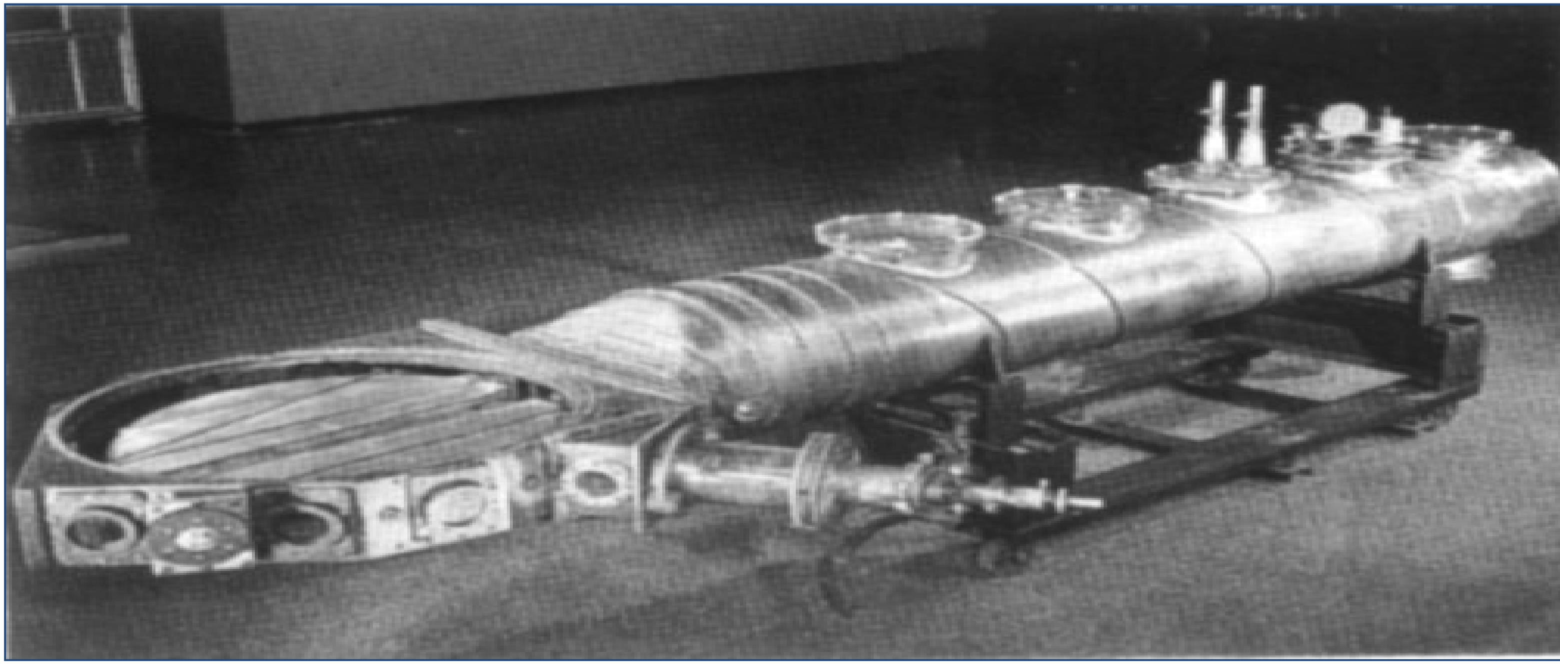
到半圆盒边缘时

$$v = 2\pi R_0 f = \frac{qBR_0}{m}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{q^2B^2R_0^2}{2m}$$

第一台回旋加速器



1932年劳伦斯研制第一台回旋加速器的D型室.

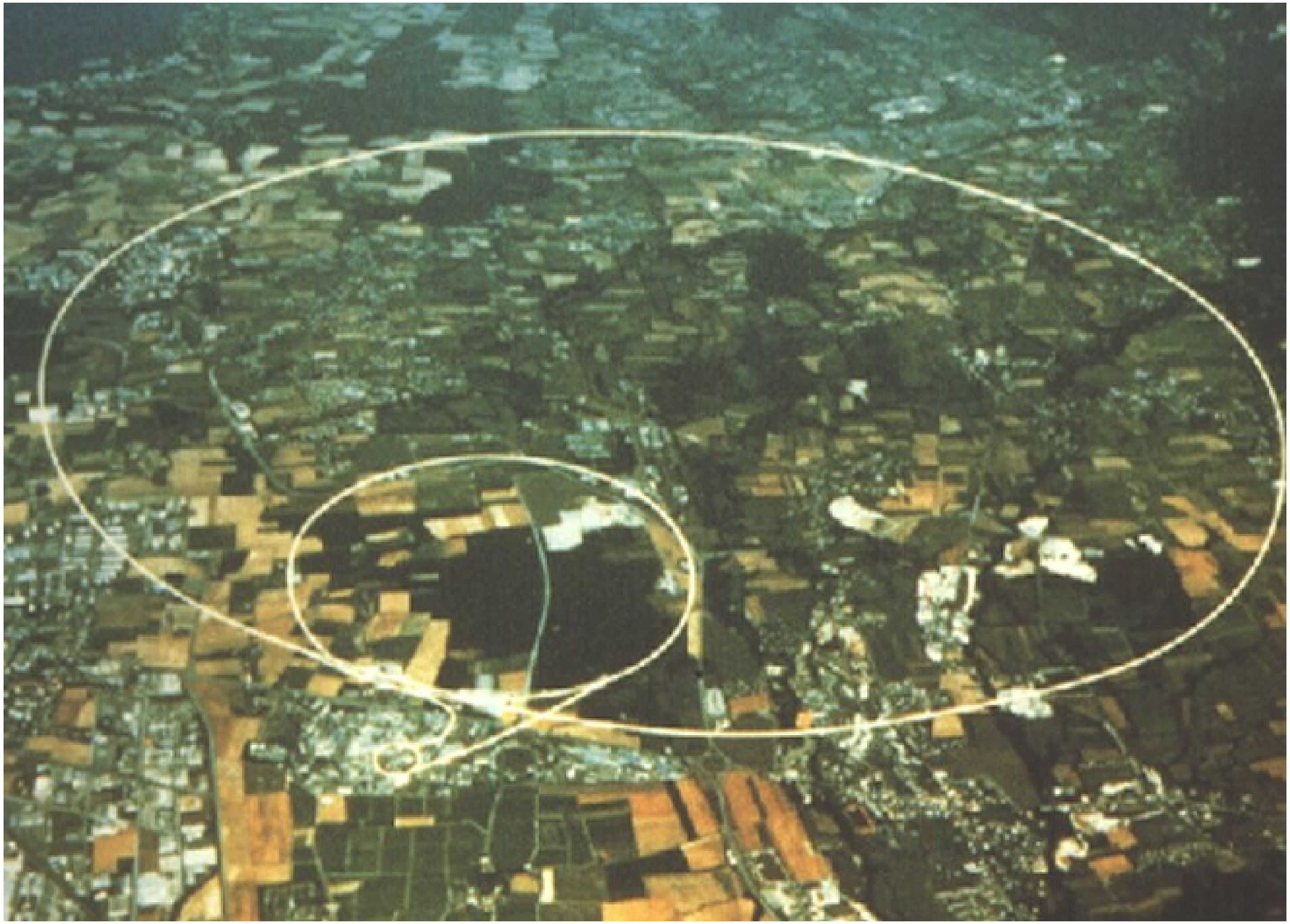
此加速器可将质子和氘核加速到 1MeV 的能量，为此1939年劳伦斯获得诺贝尔物理学奖.

1939年诺贝尔物理奖：劳伦斯发明的第一台回旋加速器

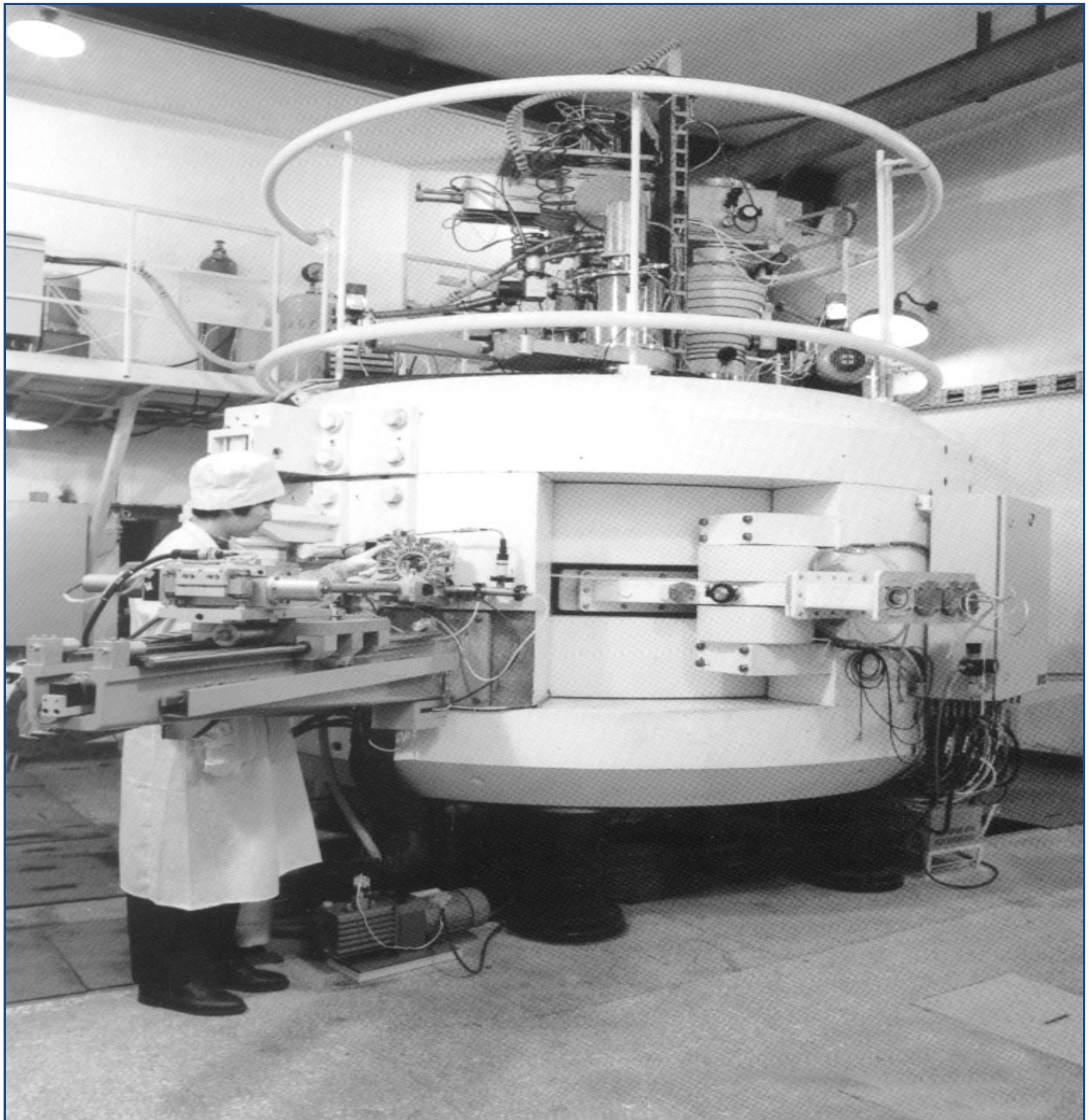
真空室直径：10.2cm

美国费米实验室大型加速器：

直径 2km

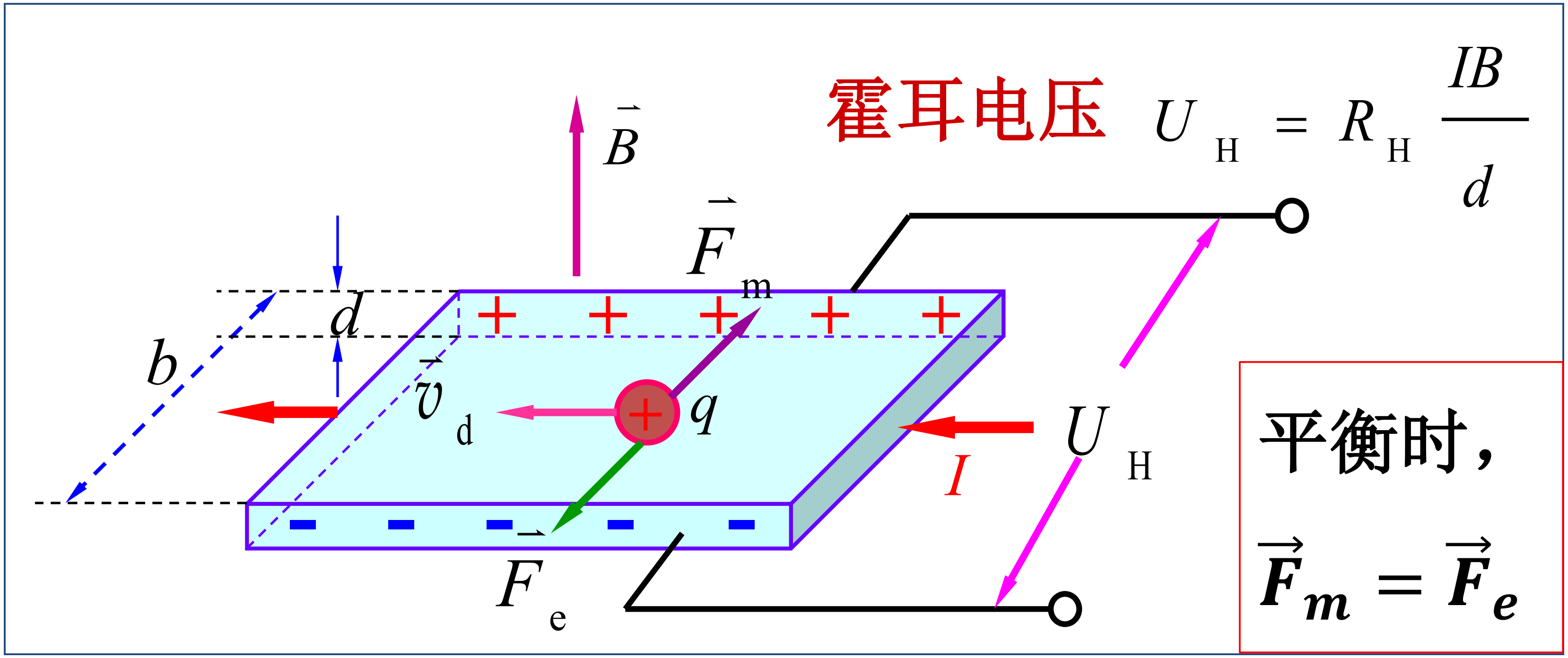


欧洲核子研究中心(**CERN**)座落在日内瓦郊外的加速器：大环是直径 **8.6km** 的强子对撞机，中环是质子同步加速器。（**2005**年建成，发现希格斯玻色子的数据就是在这里产生的）



我国于1996年建成的第一台强流质子加速器，可产生数十种中短寿命放射性同位素．

*3．霍耳效应



平衡时，

$$\vec{F}_m = \vec{F}_e$$

$$qE_H = qv_dB \qquad I = qnv_dS = qnv_dbd$$

$$E_H = v_dB$$

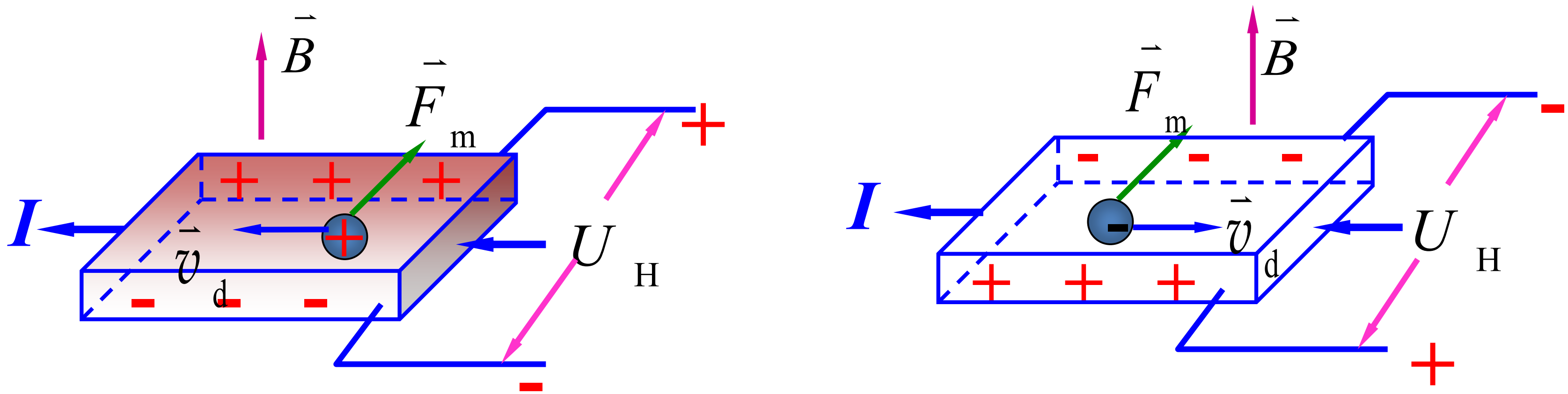
$$U_H = v_dBb \qquad U_H = \frac{IB}{nqd}$$

霍耳系数 $R_H = \frac{1}{nq}$

➢ 霍耳效应的应用

1）判断半导体的类型

通过测量霍尔电压的正负可以确定导电体中载流子的正负



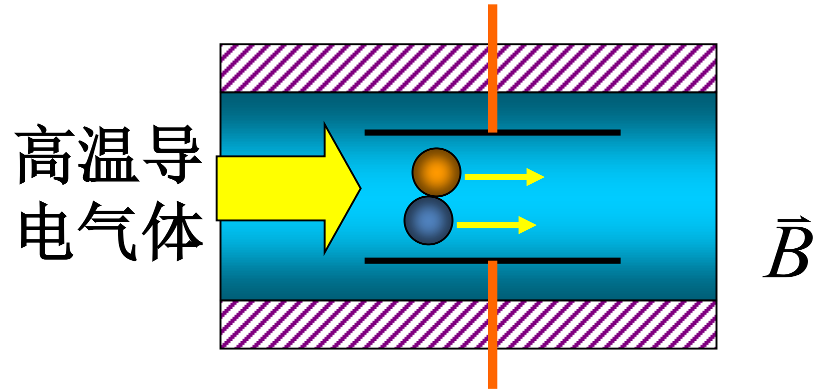
P 型半导体　　　　　　**N** 型半导体

以带正电的空穴为主　　　　　　载流子以电子为主

导体中自由电子的浓度很大(约$10^{29}/m^3$)，霍耳效应不明显；
半导体有明显的霍耳效应

2）测量磁场

霍耳电压 $U_H = R_H \dfrac{IB}{d}$



3）通过测量霍尔电压的大小可以确定导电体中载流子浓度 n

$$n = \frac{IB}{u_{ab} q d}$$

它是研究半导体材料性质的有效方法（浓度随杂质、温度等变化）

4）磁流体发电

使高温等离子体（导电流体）以1000ms^{-1}的高速进入发电通道（发电通道内有磁场），由于洛仑兹力作用，结果在发电通道两侧的电极上产生电势差。不断提供高温高速的等离子体，便能在电极上连续输出电能。

特点：

热能直接转换为电能，没有机械转动部分造成的能量损耗——可提高效率

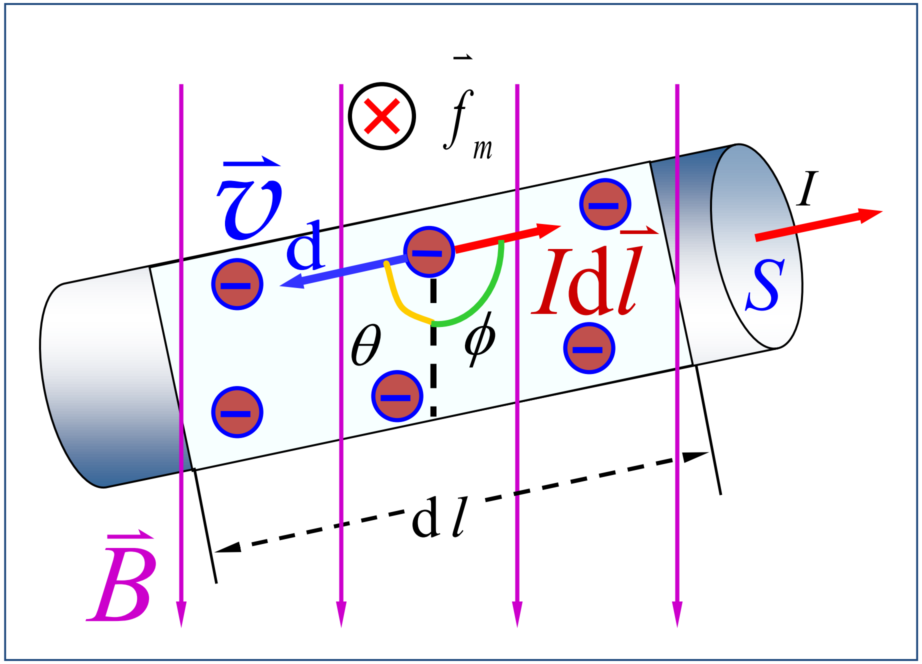
大学物理（下）

11 恒定磁场

11.8 载流导线在磁场中所受的力

一　安培力

洛伦兹力 $\vec{f}_{\mathrm{m}} = -e\vec{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}$



长为 **d*l*** 的导线受力

$$\mathrm{d}F = \underline{ne v_{\mathrm{d}} S}\,\mathrm{d}lB \sin\theta$$

$$\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB \sin\theta = I\mathrm{d}lB \sin\phi$$

自由电子与晶格的相互作用—宏观表现—>导线受磁力

安培定律 磁场对电流元的作用力 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$

安培定律 $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

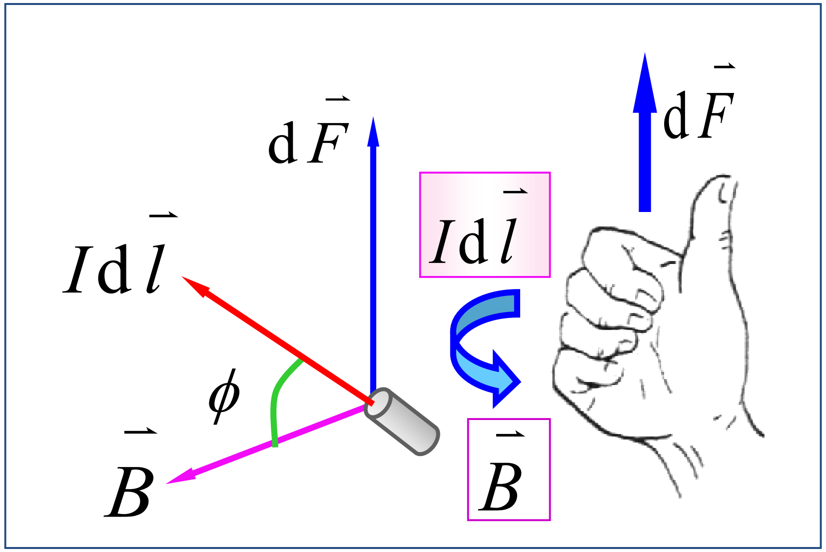
安培力是大量带电粒子洛伦兹力的叠加

意义： 大小： $\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\phi$

$\mathrm{d}\vec{F}$ 的方向：垂直于 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 和 $\vec{B}$ 所组成的平面

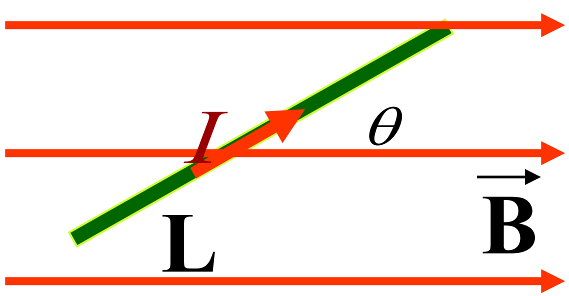
有限长载流导线所受的安培力

$$\vec{F} = \int_l \mathrm{d}\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$



有限长载流导线所受的安培力 $\vec{F}=\int_l \mathrm{d}\vec{F}=\int_l I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$

1. 载流直导线在匀强磁场中受力:



$$F=\int_l IB\sin\theta\mathrm{d}l=IBL\sin\theta$$

方向由 $I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$ 确定

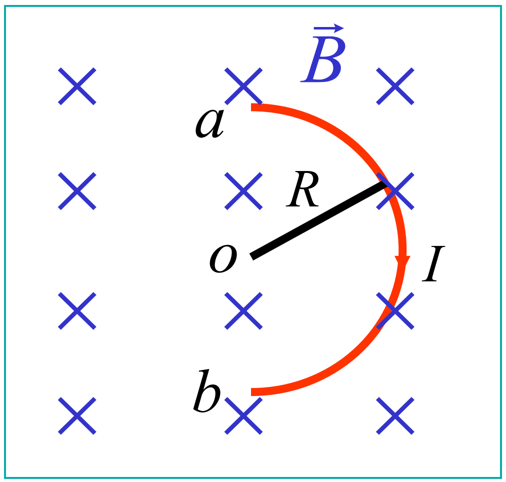
2. 一般而言，各电流元受安培力大小与方向都不一样，则求安培力时应将其分解为坐标分量 dF_x, dF_y, dF_z 后求和。

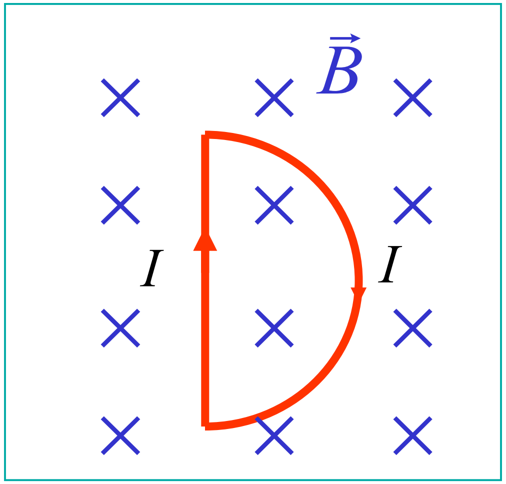
$$F_x=\int_L dF_x \quad F_y=L\int_L dF_y \quad F_z=\int_L dF_z$$

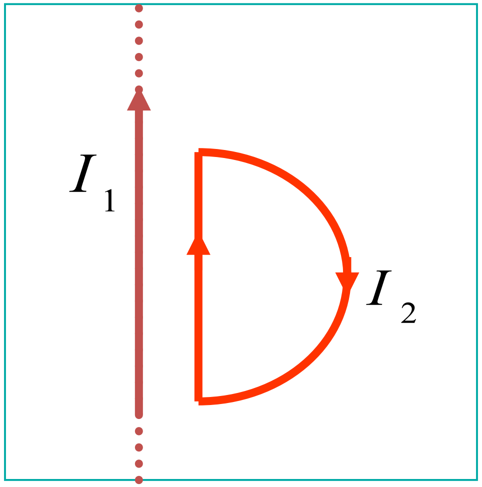
$$\vec{F}=\vec{F}_x+\vec{F}_y+\vec{F}_z$$

练习：

1. 分析电流在磁场中所受的力







$F = BI \cdot 2R$

方向向右

$F = 0$

I_2 受力 $F \neq 0$

二　磁场对载流线圈的力矩

如图 均匀磁场中有一矩形载流线圈 $MNOP$

$$MN = l_2 \quad NO = l_1$$

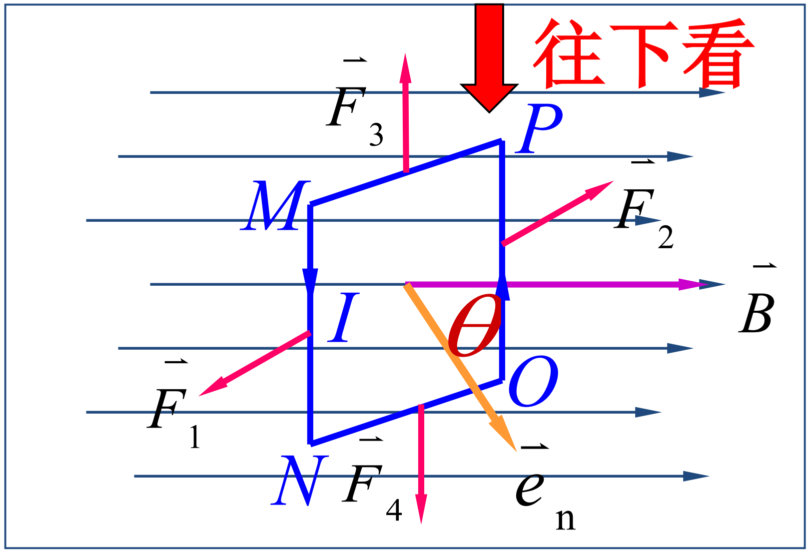
$$F_1 = BIl_2$$

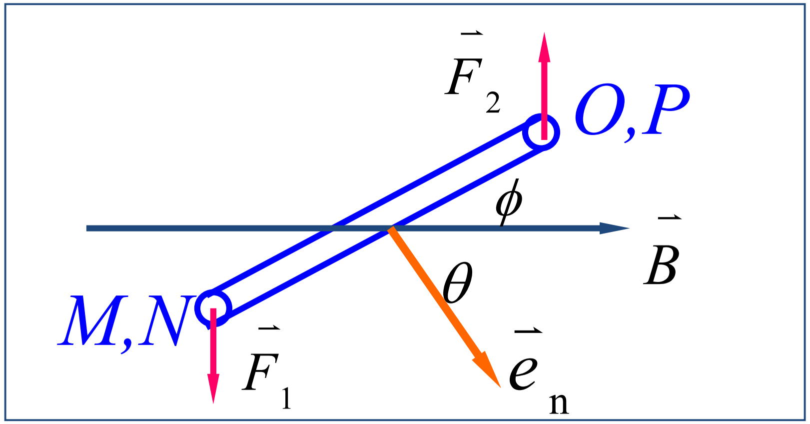
$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

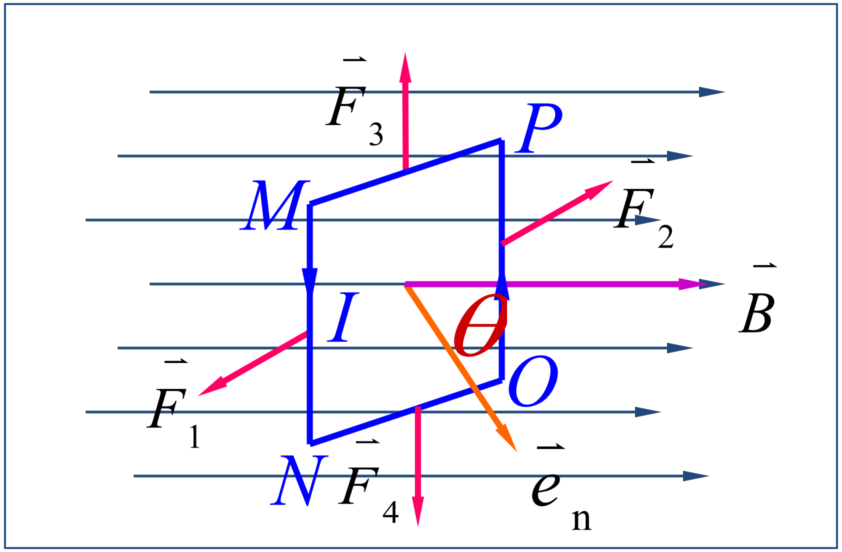
$$F_3 = BIl_1 \sin(\pi - \phi)$$

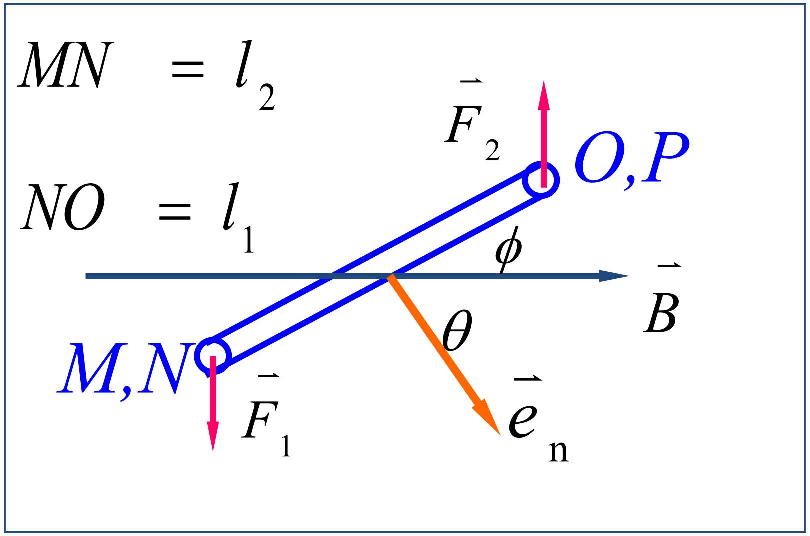
$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_3$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_i = 0$$









力矩： $M = F_1 l_1 \sin\theta = BIl_2 l_1 \sin\theta = BIS\sin\theta$

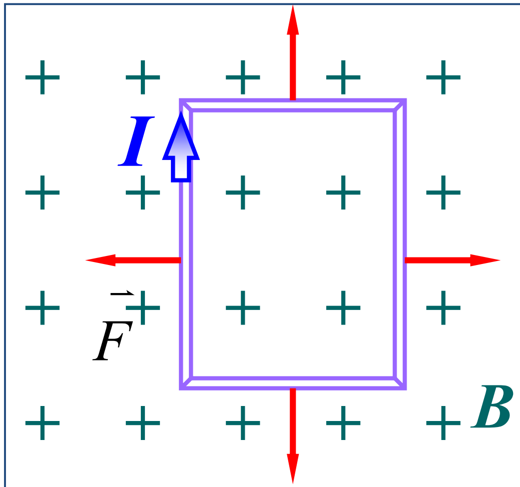
$$\vec{M} = \boxed{IS\vec{e}_n} \times \vec{B} = \boxed{\vec{m}} \times \vec{B}$$

线圈有*N*匝时 $\vec{M} = NIS\vec{e}_n \times \vec{B}$ **（适用于任意线圈）**

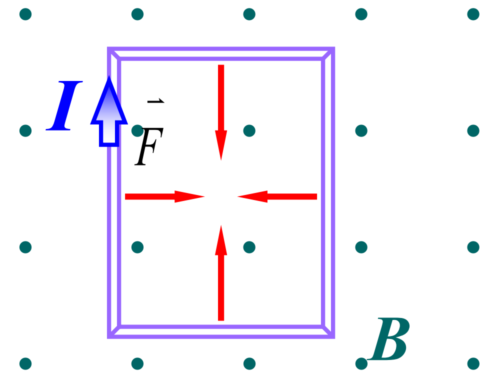
讨论：

1）$\vec{e}_{\mathrm{n}}$ 方向与 $\vec{B}$ 相同　　2）方向相反　　3）方向垂直

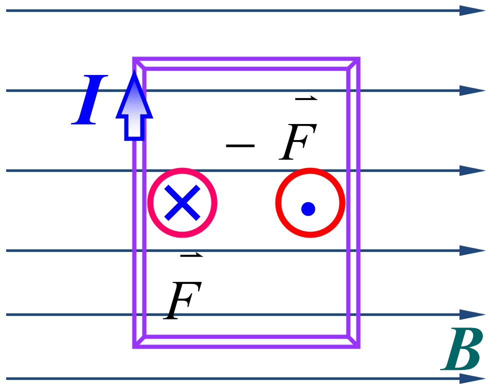
稳定平衡	不稳定平衡	力矩最大



$$\theta = 0^{\circ}, M = 0$$



$$\theta = \pi, M = 0$$



$$\theta = \frac{\pi}{2}, M = M_{\max}$$

结论：均匀磁场中，任意形状刚性闭合平面通电线圈所受的力和力矩为

$$\boxed{\vec{F}=0,\qquad \vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}}$$

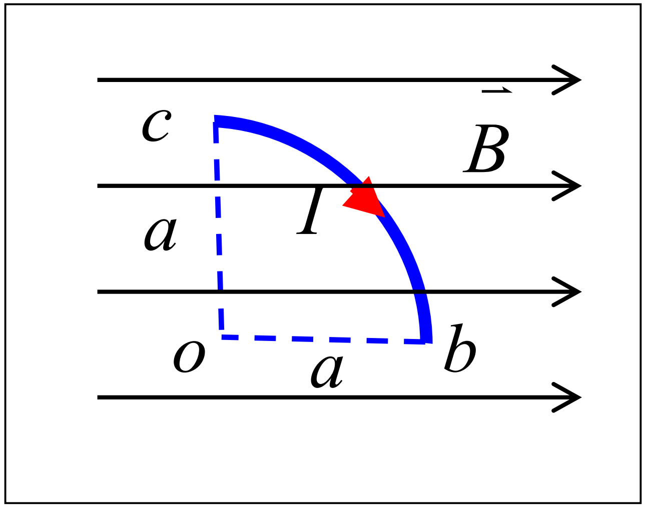
$$\vec{m}\,//\,\vec{B},\quad \vec{M}=0\quad\begin{cases}\theta=0 & \text{稳定平衡}\\ \theta=\pi & \text{非稳定平衡}\end{cases}$$

$$\vec{m}\perp\vec{B},\quad M=M_{\max}=mB,\quad \theta=\pi/2$$

磁矩 $\boxed{\vec{m}=NIS\,\vec{e}_{\mathrm{n}}}$ $\vec{e}_{\mathrm{n}}$与 I 成右螺旋

例1 有一半径为 a ，流过稳恒电流为 I 的 $1/4$ 圆弧形载流导线 bc ，按图示方式置于均匀外磁场 $\vec{B}$ 中，则该载流导线所受的安培力大小为多少？

解：考虑闭合线圈 ocbo

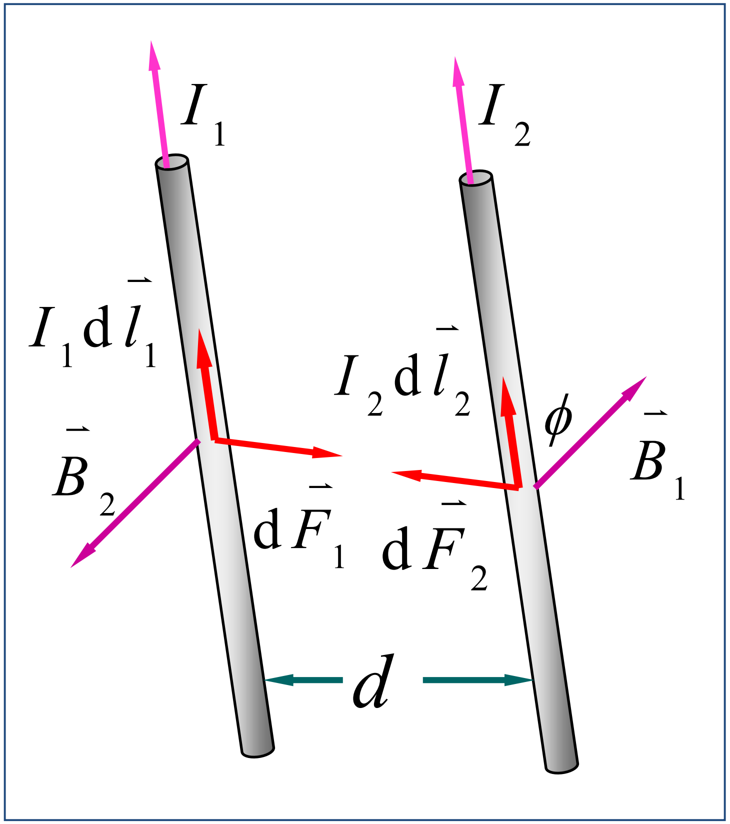


$$F_{cb} + F_{bo} + F_{oc} = 0$$

$$F_{bo} = 0$$

$$F_{cb} = -F_{\boxed{oc}} = F_{\boxed{co}} = aIB$$

例2 两无限长平行载流直导线间单位长度上的相互作用力



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

$$\mathrm{d}F_2 = B_1 I_2 \mathrm{d}l_2 \sin\phi$$

$$\phi = 90^\circ, \sin\phi = 1$$

$$\Rightarrow \mathrm{d}F_2 = B_1 I_2 \mathrm{d}l_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}l_2}{2\pi d}$$

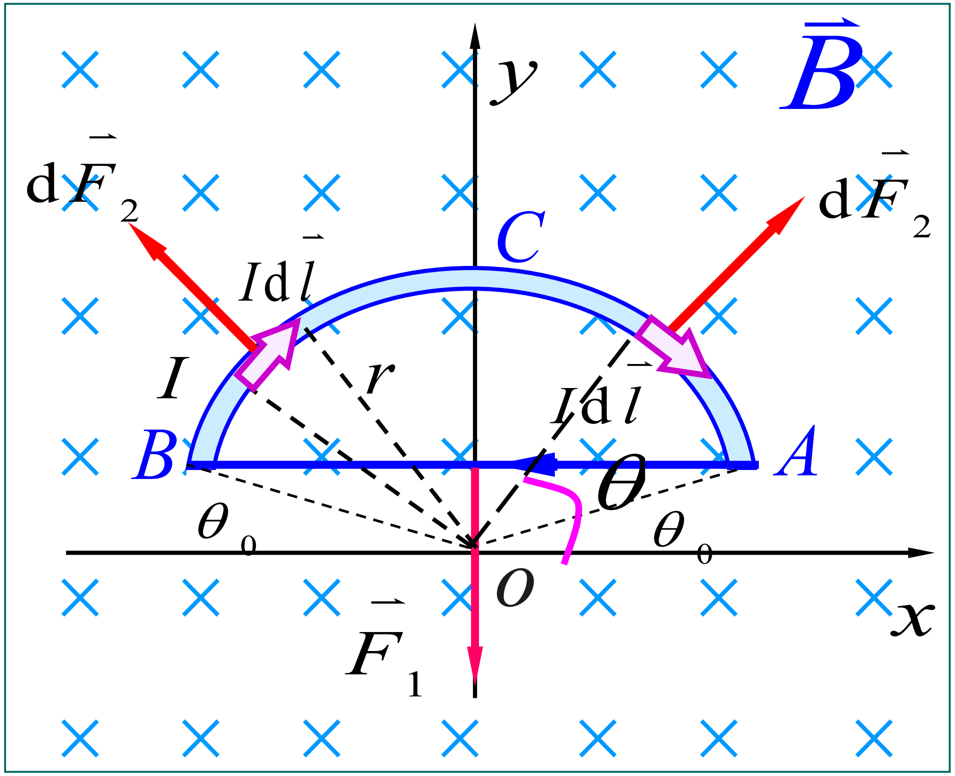
同理：$$\mathrm{d}F_1 = B_2 I_1 \mathrm{d}l_1 = \frac{\mu_0 I_2 I_1 \mathrm{d}l_1}{2\pi d}$$

$$\frac{\mathrm{d}F_2}{\mathrm{d}l_2} = \frac{\mathrm{d}F_1}{\mathrm{d}l_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$，作用力与反作用力

例 3 如图一通有电流 I 的闭合回路放在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，回路平面与磁感强度 $\vec{B}$ 垂直．回路由直导线 AB 和半径为 r 的圆弧导线 BCA 组成，电流为顺时针方向，求磁场作用于闭合导线的力.

分析 $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

对 AB： $\vec{F}_1 = -I\overline{AB}B\vec{j}$



对BCA，根据对称性分析

$$F_{2x} = 0$$

$$\vec{F}_2 = F_{2y}\vec{j}$$

$$\therefore F_2 = \int \mathrm{d}F_{2y} = \int \mathrm{d}F_2 \sin\theta$$

$$F_2 = \int \mathrm{d}F_{2y} = \int \mathrm{d}F_2 \sin\theta = \int BI\,\mathrm{d}l \sin\theta$$

因 $\mathrm{d}l = r\,\mathrm{d}\theta$

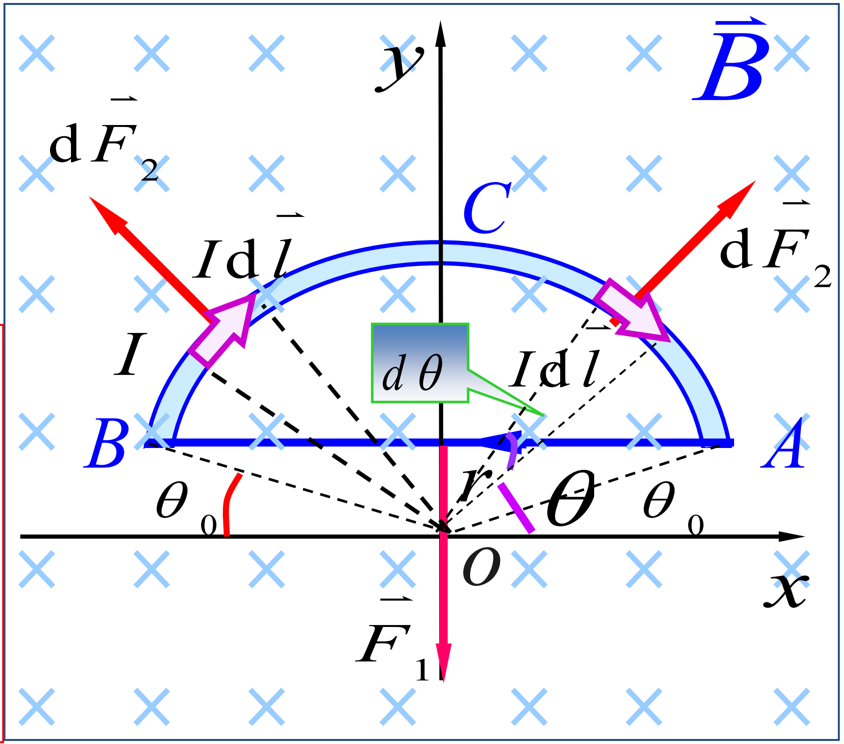
$$F_2 = BIr \int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$\vec{F}_2 = BI(2r\cos\theta_0)\vec{j} = BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$$

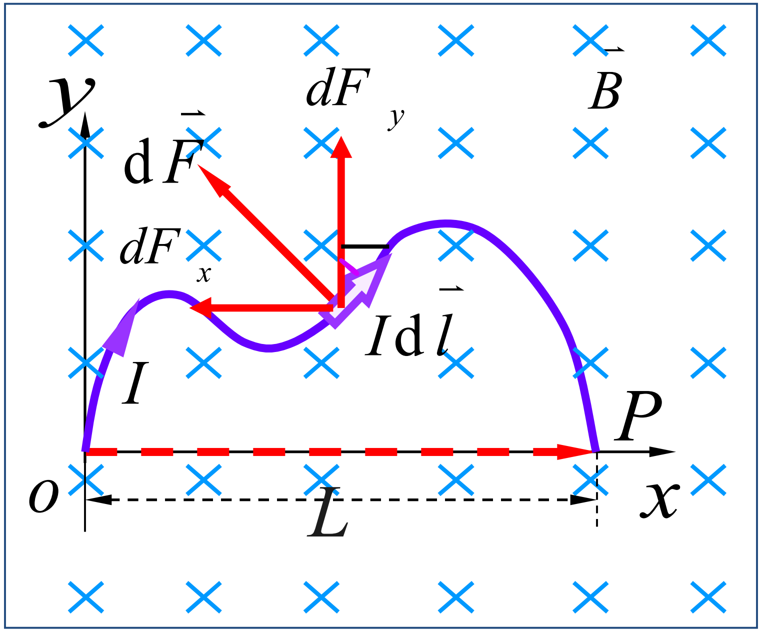
由于 $\vec{F}_1 = -BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$

故 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$

注意：可以证明，在均匀磁场中，任意形状的载流导线闭合回路的平面与磁感强度垂直时，此闭合回路所受合磁场力为 0.



例4 求如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力，已知 $\vec{B}$ 和 I.



解： 在均匀磁场中，任意形状的载流导线闭合回路的平面与磁感强度垂直时，此闭合回路所受合磁场力为 0.

取如图所示的 OP 直线构成闭合回路，则

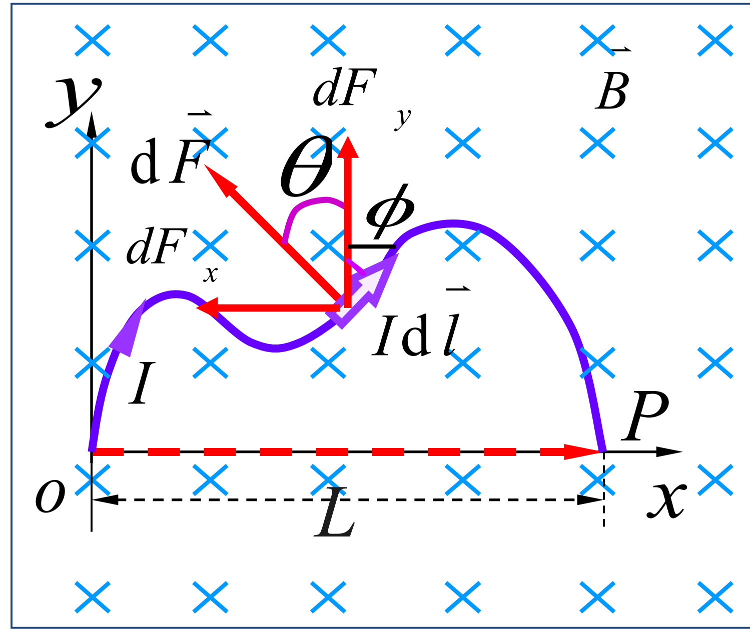
$$F_x = 0$$

$$F_y = BIL$$

$$\vec{F} = \vec{F}_y = BIL\,\vec{j}$$

例4 求如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力，已知 $\vec{B}$ 和 I.

解 取一段电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$



$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\sin\theta = BI\,\mathrm{d}l\sin\theta$$

$$= BIdl\cos\phi = BIdy$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\cos\theta = BI\,\mathrm{d}l\cos\theta = BIdx$$

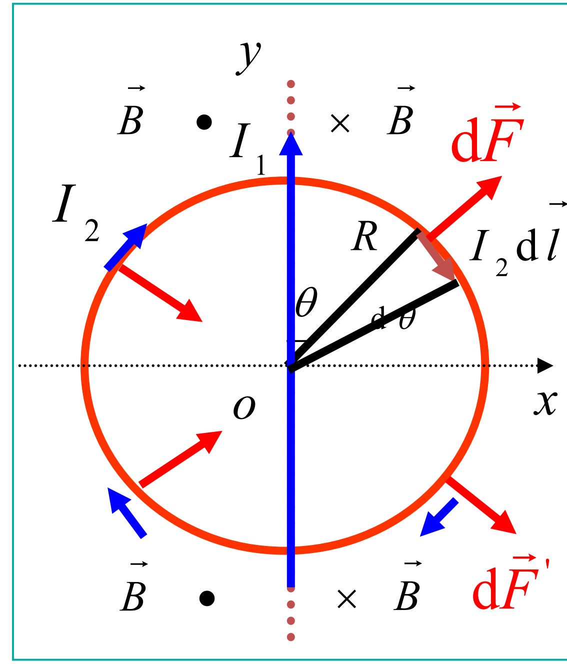
$$F_x = \int \mathrm{d}F_x = BI\int_0^0 \mathrm{d}y = 0$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = BI\int_0^L \mathrm{d}x = BIL$$

$$\vec{F} = F_y = BIL\,\vec{j}$$

结论 任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

例5 求 I_2 受 I_1 磁场的作用力



解：I_1 周围磁场分布为

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$ 方向如图

I_2 上各点距 I_1： $r = R\sin\theta$

取 $I_2\mathrm{d}l = I_2 R\,\mathrm{d}\theta$

$$\mathrm{d}F = BI_2 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}\theta}{2\pi\sin\theta}$$

由对称性

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = 0$$

$$F = F_x = \int \mathrm{d}F_x = \int \mathrm{d}F\cdot\sin\theta$$

$$= \int \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}\theta}{2\pi\sin\theta}\sin\theta$$

$$= \mu_0 I_1 I_2$$

沿*x*轴正方向。

求磁场对电流作用的一般步骤：

① 选取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$，根据安培公式判断 $\mathrm{d}\vec{F}$ 的方向，画出矢量图；

② 选取坐标系，分析力的对称性，写出 $\mathrm{d}\vec{F}$ 的分量式；

③ 对 $\mathrm{d}\vec{F}$ 每个分量积分求出合力，并说明方向；

作业

- P125：24；26；

版权声明